



4ª Lista de Exercícios: Semestre 2014.2

1. Quantos canais de voz é possível alocar num canal de vídeo de 6 MHz, utilizando FM com índice de modulação $\beta = 6$, sinais mensagem de até 20 kHz e banda de guarda de 20 kHz? Quantos caberiam se fosse utilizado o esquema de modulação em amplitude com banda lateral independente (AM-LSB) mantendo a mesma banda de guarda?

2. Uma portadora com frequência $\omega_c = 2\pi \times 10^4$ rad/s é modulada em ângulo. O sinal modulado é dado por

$$s(t) = 10 \cos(\omega_c t + 5 \sin(300t) + 10 \sin(200\pi t)).$$

Determine:

- (a) A potência da portadora modulada;
- (b) O máximo desvio em frequência do sinal modulado (em Hertz);
- (c) O índice de modulação (β);
- (d) Banda passante do sinal modulado usando a Regra de Carson (em Hertz).

3. Considere o esquema de modulação FM em que o sinal mensagem periódico $m(t)$ é o apresentado na Figura 1, sendo $a = 10$ mV e $T = 10^{-3}$ s. O sinal $m(t)$ modula uma portadora de 1 MHz e amplitude 10 V com índice de desvio em frequência $\Delta_{FM} = 10$ Hz/V. A partir da regra de Carson, determine a banda passante da portadora modulada.

Obs: Admita que a frequência máxima de um sinal triangular seja aquela correspondente a sua quinta harmônica, i.e., $f_{max} = \frac{5}{T}$ Hz.

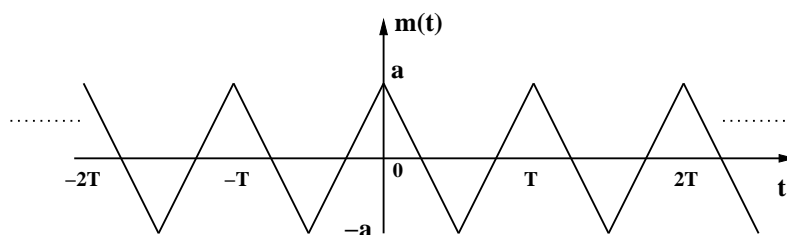


Figura 1: Sinal triangular periódico (3ª Questão).

4. Considere o esquema de modulação PM em que o sinal mensagem periódico senoidal de amplitude 2 V e frequência 2 kHz. O sinal $m(t)$ modula uma portadora de 1 MHz e $\Delta_{PM} = 0,1$ rad/V. A partir da regra de Carson, determine a banda passante da portadora modulada.

5. O sinal $m(t)$ tem frequência máxima igual a 10 kHz e satisfaz as duas condições a seguir:

- i) $|m(t)| \leq 5$ V;
- ii) $|m'(t)| \leq 200.000$ V/s.

Está alocada uma banda de 100 kHz centrada na frequência $f_c = 100$ MHz para transmissão desse sinal.

- (a) Use a regra de Carson para determinar o maior valor de Δ_{FM} que possibilita um sistema FM operar na banda supra-citada;
- (b) Use a regra de Carson para determinar o maior valor de Δ_{PM} que possibilita um sistema PM operar na banda supra-citada.
6. Um sinal mensagem senoidal tem amplitude 1 V e modula uma portadora em FM variando a sua frequência instantânea oscila entre 71,98 e 72,02 MHz a uma taxa de 2000 vezes por segundo.
- (a) Qual a frequência da portadora?
- (b) Qual a frequência do sinal mensagem?
- (c) Qual o máximo desvio de frequência da portadora?
- (d) Qual o índice de modulação (β)?
- (e) Qual a banda passante da portadora modulada (regra de Carson)?
7. Um modulador PM tem índice de desvio em fase constante e igual a 0,125 rad/V. O sinal modulante é uma senóide de amplitude 4 V e frequência 1 kHz. A portadora tem frequência e amplitude iguais a 100 kHz e 40 V, respectivamente. Determine:
- (a) O máximo desvio em frequência do sinal modulado.
- (b) O índice de modulação (β).
- (c) Banda passante do sinal modulado (Regra de Carson).
8. A Comissão Federal de Comunicações (FCC – *Federal Communication Commission*) dos EUA alocou a faixa de 88 a 108 MHz para o FM comercial. A FCC também estabeleceu que estações adjacentes devem estar separadas de 200 kHz. Suponha que o máximo desvio em frequência deve ser igual a 75 kHz e que os sinais de áudio estão limitados a 15 kHz. Considerando esse cenário e utilizando a regra de Carson estime a banda de guarda entre duas estações adjacentes.
9. Considere um transmissor FM em que a portadora de 20 MHz é modulada por um sinal mensagem $m(t) = 0,5 \cos(2\pi \cdot 500 \cdot t)$ produzindo um índice de modulação $\beta = 300$.
- (a) Encontre o máximo desvio em frequência da portadora modulada.
- (b) Determine a banda passante do sinal modulado usando a Regra de Carson.
- (c) Escreva uma expressão para frequência instantânea da portadora em Hertz.
10. (Fonte: CESPE/UnB – Anatel 2009) O serviço de radiodifusão sonora analógica utiliza as técnicas de modulação AM e FM, que têm como parâmetros importantes o índice de modulação (μ ou Δ_{AM}) e o desvio máximo de frequência (Δf), respectivamente. Para as estações AM, é especificado que os sinais radiados devem ser mantidos com índice de modulação o mais elevado possível, sem, contudo, ultrapassar o valor de 1 nos picos negativos e de 1,25 nos picos positivos. Para estações de radiodifusão FM, Δf de ± 75 kHz é definido como 100% de modulação e é com esse valor de Δf que se especifica a largura de banda ocupada pelo sinal de uma emissora FM. A partir dessas informações, verifique se os itens subsequentes (justifique suas respostas) são falsos ou verdadeiros.
- (a) Para sinais AM, quanto menor for o índice de modulação, maior será a potência contida nas bandas laterais e, conseqüentemente, melhor poderá ser a qualidade do sinal de áudio entregue ao ouvinte pelo receptor. Contudo, um sinal AM que tem índice de modulação negativa maior que 1 não pode ser demodulado adequadamente usando-se detector de envoltória.
- (b) Se uma estação de radiodifusão FM aumenta o Δf do sinal modulado para valores maiores que 75 kHz, esse sinal poderá ter largura espectral maior que a permitida. Por outro lado, se ela reduz o Δf , a área de cobertura desse sinal será reduzida, uma vez que a diminuição do Δf causa redução da potência do sinal radiado.

11. Um sinal mensagem, dado por $m(t) = \cos^3(\omega_0 t)$, é utilizado para modular duas portadoras: a primeira portadora é modulada em fase e a segunda em frequência. Mostre que os dois sinais têm a mesma banda passante quando $\frac{\Delta_{FM}}{\Delta_{PM}} = 1,1547\omega_0$.
12. Um sinal mensagem, dado por $m(t) = a_1 \cos(\omega_1 t) + a_2 \cos(\omega_2 t)$, é utilizado para modular duas portadoras: a primeira portadora é modulada em fase e a segunda em frequência. Considerando $\omega_2 > \omega_1$, determine o valor de $\frac{\Delta_{PM}}{\Delta_{FM}}$ de modo que os dois sinais tenham a mesma banda passante.
13. De forma geral, um sinal modulado em fase (PM) é dado por

$$s(t) = A \cos(\omega_c t + \Delta_{PM} m(t) + \phi),$$

em que Δ_{PM} é o índice de desvio em fase, $m(t)$ é o sinal mensagem, ϕ é a fase inicial da portadora (uniformemente distribuída entre zero e 2π), e A e ω_c são a amplitude e a frequência da portadora, respectivamente. Quando $|\Delta_{PM} m(t)| \ll 1$, tem-se o esquema de modulação PM faixa estreita (NBPM). Neste caso o sinal PM pode ser aproximado por

$$s(t) \approx A[\cos(\omega_c t + \phi) - \Delta_{PM} m(t) \sin(\omega_c t + \phi)]$$

A partir dessa aproximação, apresente um diagrama de blocos para o modulador NBPM bem como uma expressão alternativa para a densidade espectral de potência do sinal NBPM.

14. Um modulador PM tem índice de desvio em fase constante e igual a 0,125 rad/V. O sinal modulante é a senóide apresentada na Figura 2. A portadora tem frequência e amplitude iguais a 100 kHz e 40 V, respectivamente. Determine:
 - (a) Potência do sinal modulado (em Watts);
 - (b) O máximo desvio em frequência do sinal modulado (em Hertz);
 - (c) O índice de modulação (β);
 - (d) Banda passante do sinal modulado (em Hertz);

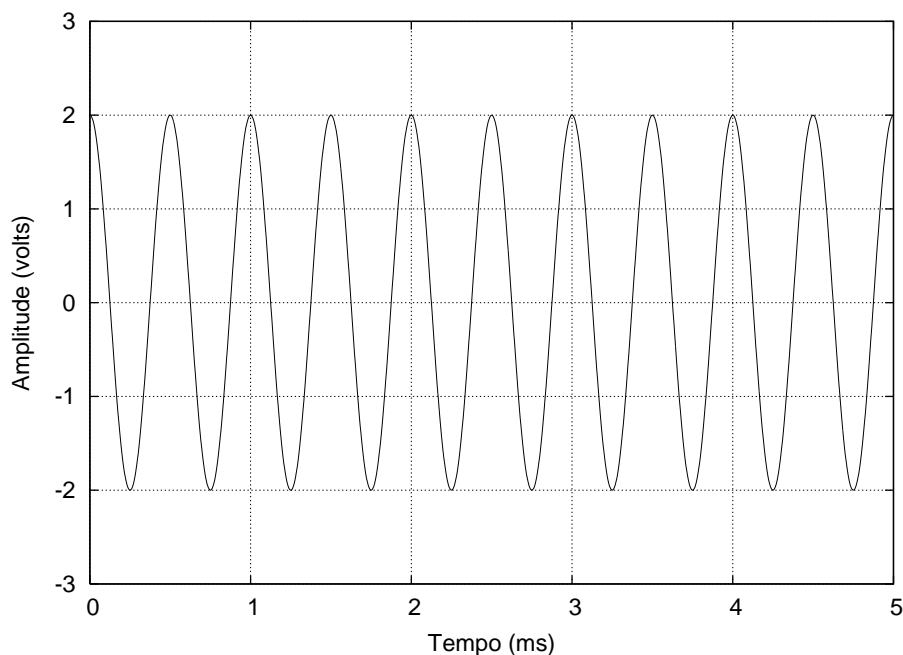


Figura 2: Sinal senoidal.

15. Uma portadora senoidal é modulada em frequência com faixa larga, i.e.,

$$s(t) = A \cos \left(\omega_c t + \Delta_{FM} \int_{-\infty}^t m(\alpha) d\alpha + \phi \right).$$

O sinal mensagem é um sinal com função densidade de probabilidade de dada por

$$p_M(m) = \frac{\alpha}{2} e^{-\alpha|m|}.$$

Determine a banda passante efetiva do sinal modulado.

16. Um sinal $m(t)$, com densidade espectral de potência apresentada na Figura 3 modula uma portadora em fase com faixa estreita. A portadora modulada é dada por

$$s(t) = A \cos(2\pi \cdot 900 \times 10^6 t + 3 \times 10^{-3} m(t) + \phi),$$

sendo ϕ uma variável uniformemente distribuída entre zero e 2π . Admita que esse sinal transmitido num sistema de comunicações móveis celulares no qual as perdas de propagação são de aproximadamente 100 dB. Sabendo que a potência da portadora modulada no transmissor é 50 W, determine a potência, em dBm, desse sinal no receptor.

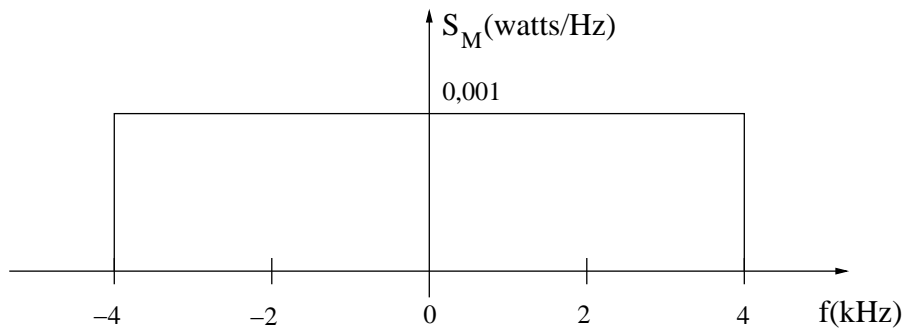


Figura 3: Densidade espectral de potência do sinal $m(t)$ (Questão 16).

17. Uma empresa de comunicações, pretende utilizar modulação em frequência em seu sistema. A faixa disponível para cada sinal modulado é de 30 kHz e o sinal modulante tem banda passante de 5 kHz. sabendo que na frequência de operação, o índice de desvio em frequência é 10 kHz/mV, qual deve ser a potência do sinal modulante em dBm?
18. Em vez de aplicar o sinal $m(t)$ à entrada de um modulador FM, decide-se aplicar o sinal $m(t) + m'(t)$. Dessa forma, a portadora modulada pode ser expressa como

$$s(t) = A \cos \left(\omega_c t + \Delta_{FM} m(t) + \Delta_{FM} \int_{-\infty}^t m(\tau) d\tau + \phi \right).$$

Determine a função de transferência, $H(\omega)$, e correspondente resposta ao impulso, $h(t)$, do filtro que, na ausência de ruído, pode recuperar o sinal $m(t)$ a partir da saída do demodulador FM.

19. Uma portadora senoidal é modulada em frequência com faixa larga por um sinal gaussiano cuja densidade de probabilidade de uma sinal mensagem é dada por

$$p_M(m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{m^2}{2\sigma^2}},$$

em que σ^2 é a potência do sinal mensagem.

Determine a banda passante de meia potência do sinal modulado.

Obs: A banda passante de meia potência, ou banda passante de 3 dB é o intervalo de frequência em que a DEP cai pela metade, i.e., 3 dB abaixo de seu valor de pico.

20. De forma geral, um sinal modulado em fase (PM) é dado por

$$s(t) = A \cos(\omega_c t + \Delta_{PM} m(t) + \phi),$$

em que Δ_{PM} é o índice de desvio em fase, $m(t)$ é o sinal mensagem, ϕ é a fase inicial da portadora (uniformemente distribuída entre zero e 2π), e A e ω_c são a amplitude e a frequência da portadora, respectivamente. Quando $|\Delta_{PM} m(t)| \ll 1$, tem-se o esquema de modulação PM faixa estreita (NBPM). Mostre que, nesse caso, o sinal PM pode ser aproximado por

$$s(t) \approx A[\cos(\omega_c t + \phi) - \Delta_{PM} m(t) \sin(\omega_c t + \phi)]$$

A partir dessa aproximação, apresente um diagrama de blocos para o modulador NBPM bem como uma expressão alternativa para a densidade espectral de potência do sinal NBPM.

21. O que deve ser feito para transformar um demodulador PM em um demodulador FM? Em se tratando de transmissões em canais reais, qual o efeito desta modificação no espectro do ruído aditivo que contamina o sinal transmitido.

22. Uma portadora senoidal é modulada em frequência com faixa larga por um sinal mensagem cuja densidade de probabilidade de uma sinal mensagem é dada por

$$p_M(m) = \frac{1}{4}r(m+2) - \frac{1}{2}r(m) + \frac{1}{4}r(m-2),$$

em que

$$r(m) = \begin{cases} m, & m \geq 0, \\ 0 & m < 0. \end{cases}$$

Qual o valor de pico do sinal mensagem? Esboce a densidade espectral de potência da portadora modulada. Determine a banda passante real e efetiva do sinal modulado.

23. Que procedimento deve ser adotado para demodular um sinal FM utilizando um demodulador PM? Analise o impacto deste procedimento sobre a densidade espectral do ruído aditivo que afeta o sistema de comunicações.

24. Descreva um esquema para demodulação não-coerente de um sinal modulado em FM. Depois apresente um procedimento para transformá-lo num demodulador PM.

25. (Fonte: Enade 2008) Um tipo de modulação empregada em sistema digital de telefonia celular é a modulação DQPSK (*Differential QPSK*), que é uma variação da QPSK. A Figura 4 fornece a probabilidade de erro de bit (P_{bit}) para dois tipos de modulação: DQPSK e QPSK, em função da relação sinal-ruído (SNR/bit) média, e de desvanecimento (*fading*) provocado pelo canal de propagação. Para a modulação DQPSK estão também apresentadas curvas para dois valores de frequência Doppler (f_D). Analisando o gráfico, conclui-se que a técnica de modulação

- QPSK apresenta maior relação SNR/bit média do que a DQPSK, mesmo em ambiente Rayleigh;
- QPSK oferece menores probabilidades de erro de bit para canais com fading do que sem fading;
- QPSK se iguala à DQPSK para uma taxa maior de erro de bit;
- DQPSK apresenta maior probabilidade de erro de bit do que a QPSK, para uma mesma SNR/bit média;
- DQPSK diminui a probabilidade de erro de bit à medida que a frequência Doppler aumenta.

26. Um esquema de modulação PSK tem os seguintes parâmetros: $\Delta_{PM} = \pi/2$, $\phi = \pi/6$, $A = 1$ e $m_j = \{0, 1, 2, 3\}$, em que

$$s(t) = A \cos(\omega_c t + \Delta_{PM} m(t) + \phi)$$

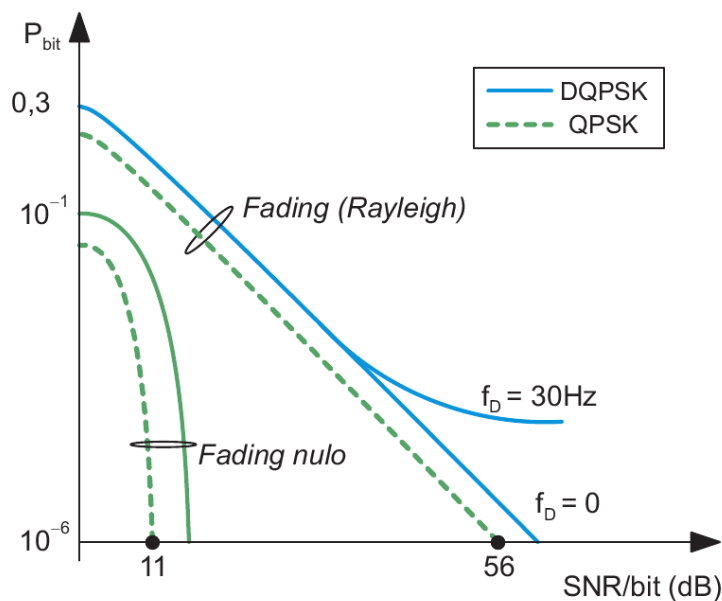


Figura 4: Probabilidade de erro de bit em função da relação sinal-ruído (SNR) para os esquemas de modulação QPSK e DQPSK considerando o desvanecimento Rayleigh.

$$m(t) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} m_j p(t - jT_b)$$

$$p(t) = u(t) - u(t - T_b)$$

Esboce o diagrama de constelação do esquema. Explique o que se ganha e o que se perde com o aumento do número de símbolos da constelação.

27. Considere a transmissão de músicas a partir de uma transmissora FM. Admita que o sinal de áudio tenha frequência máxima 12 kHz e que a frequência da portadora seja 96 MHz. O modulador FM produz um desvio em frequência máximo de 48 kHz. O receptor utiliza um filtro passa-faixa centrado na frequência 96 MHz com largura de faixa dada pela regra de Carson. Considerando que o sistema é afetado por um ruído aditivo com DEP $S_N(\omega) = 10^{-7}$ Watts/Hz, determine a potência do ruído após a filtragem passa-faixa. Considerando que a recepção de um sinal FM pode ser feita diferenciando-se o sinal filtrado e em seguida fazendo uma detecção de envoltória, determine a potência do ruído após a diferenciação.
28. Considere as duas constelações da Figura 5. Observe que na constelação da Figura 5(b) os símbolos do círculo interno estão rotacionados de 45° em relação ao círculo externo. Considerando transmissões através de canais com ruído aditivo gaussiano, qual das duas constelações deve apresentar menor probabilidade de erro de símbolo? Justifique sua resposta. Para a constelação de melhor desempenho escreva as equações no domínio do tempo para os oito símbolos.
29. Um sinal QPSK com diagrama de constelação apresentado na Figura 6 é transmitido por um canal com desvanecimento provocando uma perda de potência da ordem de 3,01 dB. Além disso, o canal também provoca um desvio de 15° na fase do sinal transmitido. Escreva as expressões para o sinal no receptor quando os bits 00011011 são transmitidos.

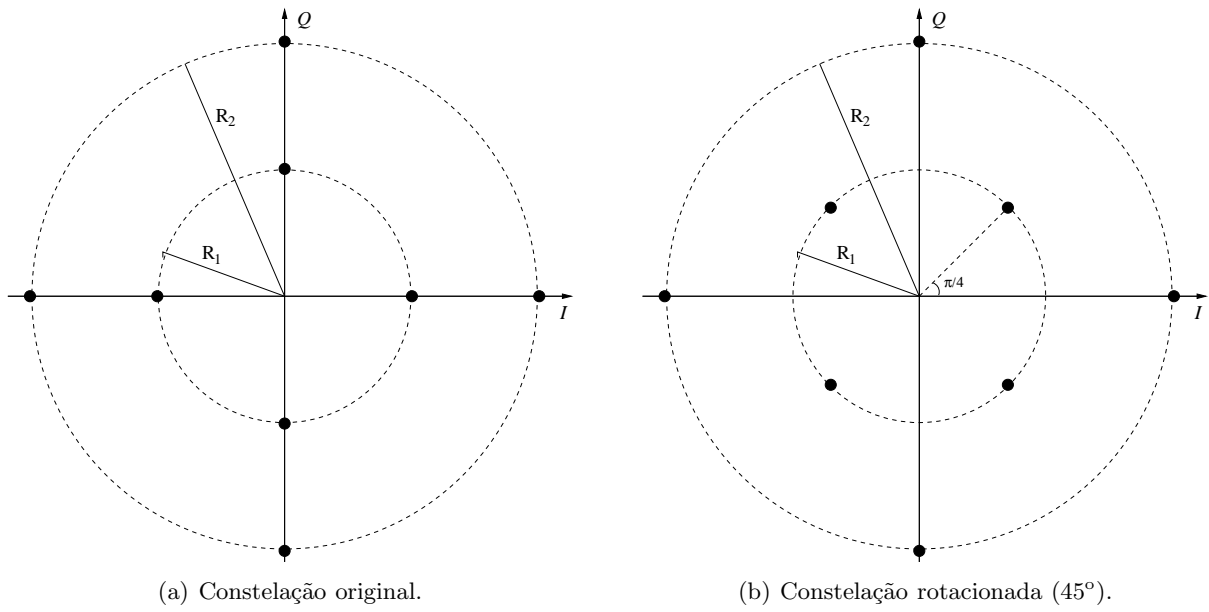


Figura 5: Constelações com oito símbolos.

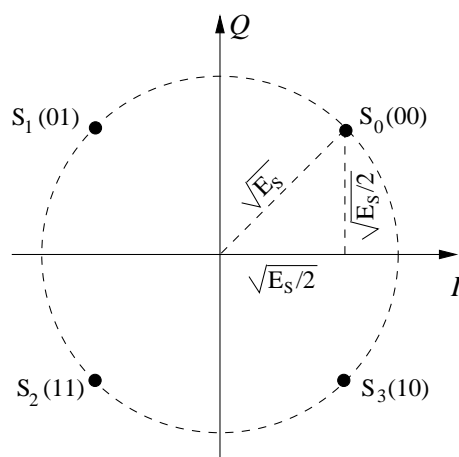


Figura 6: Constelação PSK com quatro símbolos.